ГЕОМЕТРИЯ

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

7

ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

СООТВЕТСТВИЕ МЕЖДУ ПУНКТАМИ УЧЕБНИКА И ЗАДАЧАМИ ТЕТРАДИ

Номера пунктов учебника	Тема	Номера задач тетради
1	Точки, прямые, отрезки	1—8
3	Луч	9—11
4	Угол	12—16
5	Равенство геометрических фигур	18, 19
6	Сравнение отрезков и углов	20—24
7, 8	Длина отрезка. Единицы измерения. Измерительные инструменты	25—31
9	Градусная мера угла	32—40
11	Смежные и вертикальные углы	41—46
12	Перпендикулярные прямые	47—49
14, 15	Треугольник. Первый признак равенства треугольников	50—59
16	Перпендикуляр к прямой	60—62
17	Медианы, биссектрисы и высоты треугольника	63—65
18	Свойства равнобедренного треугольника	66—70
19	Второй признак равенства треугольников	71, 72
20	Третий признак равенства треугольников	73—76
21	Окружность	77, 78
22, 23	Построения циркулем и линейкой. Примеры задач на построение	79—83
24	Определение параллельности прямых	84—86
25	Признаки параллельности двух прямых	87—104
27, 28	Об аксиомах геометрии. Аксиома параллельности прямых	105—108
29	Теоремы об углах, образованных двумя параллельными прямыми и секущей	109—115
30	Теорема о сумме углов треугольника	116—124
31	Остроугольный, прямоугольный и тупоугольный треугольники	125—129
32	Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника	130—134
33	Неравенство треугольника	135—137
34	Некоторые свойства прямоугольных треугольников	138—145
35	Признаки равенства прямоугольных треугольников	146—149
37	Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми	150—155
38	Построение треугольника по трем элементам	156, 157

ГЕОМЕТРИЯ

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

7 КЛАСС

Пособие
для учащихся
общеобразовательных
учреждений

13-е издание

Москва
«Просвещение»
2010

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
Г36

Авторы:
Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, Ю. А. Глазков, И. И. Юдина

Рабочая тетрадь является дополнением к учебнику «Геометрия, 7—9» авторов Л. С. Атанасяна и др. и предназначена для организации решения задач учащимися на уроке после их ознакомления с новым учебным материалом. На этом этапе учащиеся делают первые шаги по осознанию нового материала, освоению основных действий с изучаемым материалом. Поэтому в тетрадь включены только базовые задачи, обеспечивающие необходимую репродуктивную деятельность в форме внешней речи. Наличие текстовых заготовок облегчает ученику выполнение действий в развернутой письменной форме, а учителю позволяет осуществлять во время урока оперативный контроль и коррекцию деятельности учащихся. Использование данной тетради для организации других видов деятельности (самостоятельных работ, повторения, контроля и т. д.) малоэффективно.

Учебное издание

Атанасян Левон Сергеевич
Бутузов Валентин Федорович
Глазков Юрий Александрович
Юдина Ирина Игоревна

ГЕОМЕТРИЯ
Рабочая тетрадь
7 класс
Пособие для учащихся общеобразовательных учреждений

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова.* Редактор *Л. В. Кузнецова.* Младший редактор *Н. В. Ноговицина.* Художники *В. А. Андрианов, О. П. Богомолова, В. В. Костин.* Художественный редактор *О. П. Богомолова.* Компьютерная верстка *Е. А. Стрижевской.* Корректоры *Л. С. Вайтман, И. Б. Окунева*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 23.03.10. Формат $70 \times 100^1/_{16}$. Бумага писчая. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 2,47. Доп. тираж 60 000 экз. Заказ № 29847.

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение». 127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат». 410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru

ISBN 978-5-09-023709-3

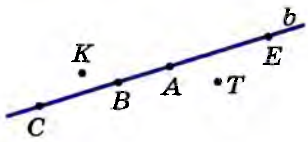
Глава I

Начальные геометрические сведения

§ 1 Прямая и отрезок

1

Какие точки на рисунке лежат и какие не лежат на прямой b? Ответ запишите, используя знаки $\in$ и $\notin$.

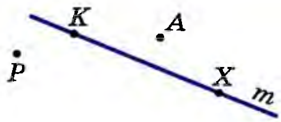


Ответ.

$A \in b$, $K \notin b$, ______________________________

2

Через какие точки на рисунке проходит прямая m и через какие не проходит? Ответ запишите, используя знаки $\in$ и $\notin$.



Ответ. ______________________________

3

а) Отметьте на рисунке точки T, O и P так, чтобы выполнялись условия: $T \in n$, $O \in n$, $P \notin n$. Запишите, как читаются эти условия.

б) Запишите, как еще можно обозначить прямую n.

Ответ.

а) Точка T лежит на прямой ______ или прямая n проходит через точку ______ . Точка O ____

____ . ____

____

б) Прямую n можно обозначить еще так: ______ или ______

4

а) Проведите прямые a и b так, чтобы выполнялись условия:

$A \in a$ и $B \in a$;

$A \in b$ и $B \notin b$.

б) Каково взаимное расположение прямых a и b?

О т в е т .

б) Прямые a и b ____________________

____

5

Прямые m и n пересекаются в точке C, а точка H, отличная от точки C, лежит на прямой m. Лежит ли точка H на прямой n?

Объясните ответ.

Р е ш е н и е . H ___ n, так как по условию задачи прямые m и n имеют общую точку C, а двух общих точек две прямые иметь ____________________

О т в е т .

Точка H ____________________ на прямой n.

6

Отметьте на прямой MK две точки: точку A, лежащую на отрезке MK, и точку B, которая не лежит на отрезке MK. Какая из точек — A или B — лежит между точками M и K?

О т в е т .

Между точками M и K ____________

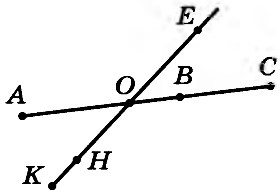
____

7

Пересекаются ли на рисунке:

а) отрезки EH и AB, EH и BC, HK и AB;

б) отрезок EH и прямая BC, отрезок HK и прямая AB?



Ответ.

а) Отрезки EH и AB ____________;
отрезки EH и BC ____________;
____

б) Отрезок EH и прямая BC ______
____

8

Выпишите все отрезки, изображенные на рисунке к задаче 7:

а) на которых точка B лежит, но не является их концом;

б) концом которых является точка B.

Ответ.

а) ____________

б) ____________

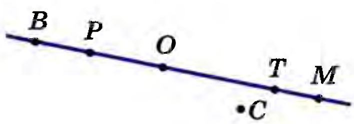
§ 2 Луч и угол

9

а) Какие точки на рисунке, отличные от точки T, лежат на луче TP?

б) Какие лучи совпадают с лучом TP?

в) Какой луч является продолжением луча TP?



Ответ.

а) На луче TP лежат точки ______

б) ________________________

в) ________________________

10

а) Отметьте на прямой HK точки A и B так, чтобы выполнялись условия: точка A лежит между точками H и K и точка K лежит между точками H и B.

б) Напишите, какой луч совпадает с лучом AK и какой луч является продолжением луча AK.

Ответ.

б) С лучом AK совпадает луч ____ ; продолжением луча AK является луч ____

11

Отметьте на луче h точку M, а на продолжении луча h — точку C. Используя форму записи, введенную в задаче 10, опишите взаимное расположение точек A, M и C.

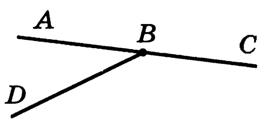
Ответ.

____

12

а) Запишите обозначения всех углов, изображенных на рисунке.

б) Какой из этих углов является развернутым?



Ответ.

а) $\angle ABD$, ________________

б) Развернутым является угол

______

13

Проведите лучи *h* и *p* с началом в точке *O* так, чтобы угол *kp* был развернутым. Запишите обозначения всех получившихся углов.

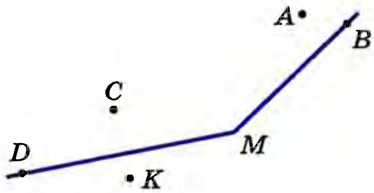
О т в е т.

$\angle kp$, ____________

14

а) Закрасьте цветным карандашом внутреннюю область угла *M*.

б) Какие точки лежат на сторонах угла *M*; внутри угла *M*; вне угла *M*?

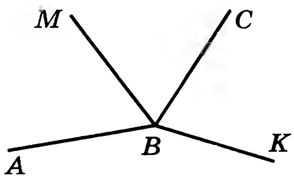


О т в е т.

б) На сторонах угла *M* лежат точки ______________ ; внутри угла *M* ______________________________ ; вне ____

15

Какой луч на рисунке делит угол *ABC* на два угла? Объясните ответ.



Р е ш е н и е. Луч делит угол на два угла, если он:

1) исходит из ______________ угла;

2) проходит ______________ угла.

Луч *BM* ______________ угол *ABC* на два угла, так как он ____________ из вершины угла *ABC* и проходит ____________ угла *ABC*.

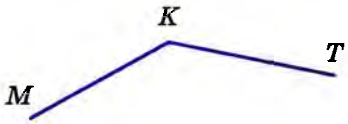
Луч *BK* ________________ угол *ABC* на два угла, так как он ____________ из вершины угла *ABC*, но __________ ____

О т в е т.

Луч _________ делит угол *ABC* на два угла.

16

Проведите луч *KO*, который делит угол *MKT* на два угла, и луч *KC*, который не делит угол *MKT* на два угла.



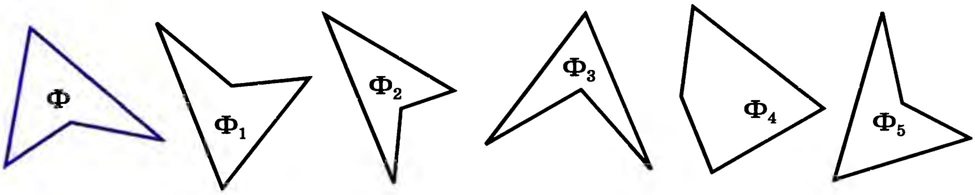
§ 3 Сравнение отрезков и углов

17

С помощью прозрачной пленки выясните, какие фигуры на рисунке равны фигуре Ф.

О т в е т.

$Ф_1 = Ф$, ___________



18

На луче, исходящем из точки *A*, отмечены три точки *K*, *M* и *P* так, что точка *M* лежит между точками *A* и *P* и точка *K* лежит между точками *A* и *M*. Сравните отрезки *AK* и *AP*. Сделайте чертеж и объясните ответ.

Р е ш е н и е. По условию задачи *A*—*M*—*P*, поэтому отрезок *AM* — часть отрезка _____ . Аналогично *A*—*K*—*M*, поэтому отрезок *AK* — часть __________ _____ *AM*. Следовательно, *AK* __ *AP*.

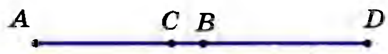
О т в е т.

____

19

а) С помощью циркуля сравните отрезки AB и CD, AB и BD, AC и CD. Запишите результат сравнения и выясните, какая из точек — B или C — служит серединой отрезка AD.

б) На прямой AD отметьте точку M так, чтобы точка C была серединой отрезка DM.



Ответ.

а) AB ___ CD, AB ___ BD, AC ___ CD; середина отрезка AD — точка ____

20

Точка M — середина отрезка OT. Можно ли наложением совместить отрезки:

а) OM и MT;

б) OM и OT;

в) MT и OT?

Объясните ответ.

Решение.

а) Точка M — середина отрезка OT, поэтому OM = _____, а равные отрезки совместить наложением __________

б) Точка M — ______________ отрезка OT, поэтому OM ___ OT, а неравные отрезки OM и ______________________________

____

в) ____

____

____

Ответ.

а) ______________

б) ______________

в) ______________

21

На рисунке отрезки *HK*, *KP*, *PO* и *OT* равны друг другу.

а) Укажите отрезок, серединой которого служит точка *O*.

б) Укажите середину отрезка *HT*.

в) На прямой *KO* отметьте точку *A* так, чтобы точка *T* была серединой отрезка *PA*.

О т в е т .

а) ________; б) ________________

22

Луч *AM* делит угол *BAC* на два угла. Сравните углы *BAM* и *BAC*. Сделайте чертеж и объясните ответ.

Р е ш е н и е . Углы *BAM* и *BAC* имеют общую сторону ____, луч *AM* делит угол ______ на два угла, поэтому луч *AM* проходит внутри угла *BAC*, значит, угол *BAM* — часть угла ______, поэтому $\angle BAM$ ___ $\angle BAC$.

О т в е т . $\angle BAM$ ___ $\angle BAC$.

23

Три луча *h*, *k* и *m* исходят из точки *O*, луч *h* является продолжением луча *k*. Сравните углы *hk* и *km*. Сделайте чертеж и объясните ответ.

Р е ш е н и е . По условию задачи луч *h* является ______________________ луча *k*, значит, угол _____ развернутый. Угол *km* — неразвернутый, поэтому он составляет часть угла ____, т. е. $\angle hk$ ___ $\angle km$.

О т в е т . $\angle hk$ ___ $\angle km$.

На рисунках *а* и *б* $\angle km = \angle kn$. На каком из этих рисунков луч k — биссектриса угла mn? Объясните ответ.

Р е ш е н и е . Луч называется биссектрисой угла, если он:

1) исходит из ________________ угла;

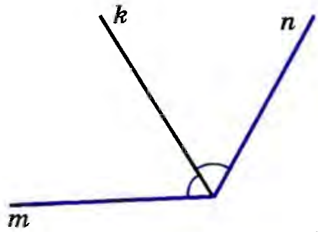
2) делит угол ________________

На рисунке *а* луч k исходит из ________________ угла mn и делит ________________________ . Следовательно, луч k — ______________ угла mn.

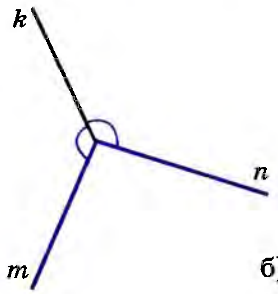
На рисунке *б* луч k исходит из ________________ угла mn, но ________ ______________ угол пополам. Следовательно, луч k ________________________ биссектрисой угла mn.

О т в е т .

Луч k является биссектрисой угла ______ на рисунке ___



а)



б)

§ 4 Измерение отрезков

25

На рисунке отрезки AB, BC, CD и DE равны.

Найдите длину отрезка AD, если за единицу измерения принят отрезок: а) AB; б) AC; в) AE.

О т в е т .

а) $AD = 3AB$.

б) $AD =$ _______

в) ______________

26

Точка A лежит на отрезке BC. Каким из чисел: -2; $-0,5$; 0; $0,3$; $1,5$ — может выражаться длина отрезка BA, если за единицу измерения принят отрезок BC?

Р е ш е н и е . Длина любого отрезка может выражаться только ______________________ числом. По условию задачи точка A лежит между точками B и C, следовательно, $BA < BC$, поэтому длина отрезка BA может выражаться только числом ______

О т в е т .

Длина отрезка BA может выражаться только числом ______

27

На рисунке с помощью масштабной линейки отметьте на прямой AB точку M так, чтобы $BM = 20$ мм.

а) Сколько таких точек можно отметить на прямой AB?

б) Измерьте в миллиметрах длину отрезка AM в каждом из случаев.

О т в е т .

а) ______

б) $AM =$ ______ или $AM =$ ______

28

Точки K, P и O лежат на одной прямой. Каким может быть расстояние KO, если $KP = 3$ см, $PO = 1,5$ см?

Р е ш е н и е . Расстоянием между точками K и O называется длина ______________________. Возможны два случая:

а) Точка O лежит на луче PK (сделайте чертеж). В этом случае $KO + OP =$ ______, т. е. $KO + 1,5 =$ ______, откуда $KO =$ ______ см.

б) Точка O лежит на продолжении луча _____ (сделайте чертеж). В этом случае $KP + PO =$ _____ , т. е. $KO =$ = _____ см.

Ответ.

$KO =$ _____ см или $KO =$ _____ см.

29

Длина отрезка BC на рисунке равна a. Известно, что точка M — середина отрезка BO, точка K — середина отрезка OC. Отметьте точки M и K на рисунке. Найдите расстояние MK.

Решение. По условию задачи точка M — середина отрезка _____, поэтому $MO = \frac{1}{2}BO$; точка K — середина отрезка _____ , поэтому $OK =$ $= \frac{1}{2}$_____ . $MK = MO +$ _____ $= \frac{1}{2}BO +$ $+ \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2}(BO +$ _____ $) = \frac{1}{2}$ _____ = _____

Ответ.

$MK =$ _____

30

Измерьте длину и ширину рабочей тетради и выразите их в миллиметрах, сантиметрах, дециметрах, метрах и километрах.

Ответ.

Длина: ________________________________

Ширина: ________________________________

31

Выразите метр в аршинах и саженях.

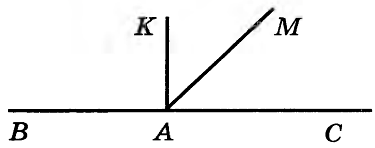
Ответ.

____

§ 5 Измерение углов

32

Измерьте с помощью транспортира данные углы BAK, BAM, KAM и CAM.



Ответ.

$\angle BAK =$ ____ , ______________ ,

______________ , ______________

33

Углы ABC и KOP можно совместить наложением, $\angle ABC = 15°$. Какова градусная мера угла KOP?

Решение. Так как по условию задачи углы ABC и KOP можно совместить наложением, то они ____________ , а равные углы имеют ______________________________ . Следовательно, $\angle KOP =$ ____

Ответ.

____

34

Не измеряя углы KAC и CAM на рисунке к задаче 32, сравните их градусные меры.

Объясните ответ.

Решение. Угол CAM составляет часть угла KAC, следовательно, угол CAM меньше угла _______ , а меньший угол имеет ____________ градусную меру.

Ответ.

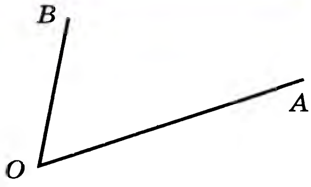
$\angle CAM$ ___ $\angle KAC$.

35

С помощью транспортира отложите от луча OA угол AOC, равный $35°$.

а) Сколько таких углов можно отложить от луча OA?

б) Измерьте угол COB в каждом из случаев.



Ответ.

а) ____________

б) $\angle COB =$ ____ или $\angle COB =$ ____

36

Луч AB делит угол KAP на два угла так, что угол KAB тупой. Сделайте чертеж. Может ли угол BAP быть тупым или прямым?

Решение. Так как луч AB делит угол KAP на два угла, то $\angle KAP = \angle KAB +$ ________ . Предположим, что угол BAP тупой или прямой. Тогда $\angle KAP$ ___ $180°$, что невозможно.

Значит, угол BAP ________

Ответ.

____

37

Луч MH делит угол AMC на два угла.

Найдите $\angle AMC$, если $\angle AMH = 15°23'$, $\angle HMC = 84°57'$.

Решение. Так как луч MH делит угол AMC на два угла, то $\angle AMC = \angle AMH +$ ________ , т. е. $\angle AMC =$ ________ + + ________ = ________

Ответ.

$\angle AMC =$ ________

38

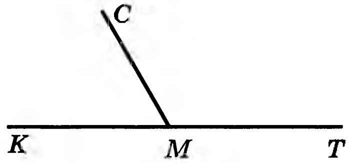
Луч CE — биссектриса угла PCT, $\angle ECT = 37°37'$. Найдите $\angle PCT$.

Решение. Так как луч CE — биссектриса угла PCT, то $\angle PCT = 2\angle$ ______ = ____________________

Ответ. $\angle PCT =$ __________

39

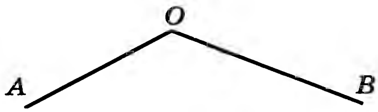
С помощью транспортира постройте биссектрисы углов KMC и CMT. Измерьте угол, образованный построенными биссектрисами, и запишите результат измерения.



Ответ. __________

40

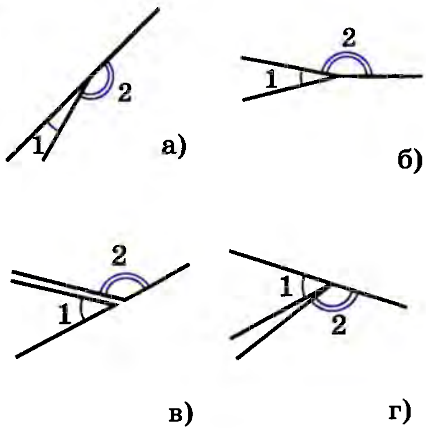
С помощью транспортира разделите угол AOB на три равных угла.



§ 6 Перпендикулярные прямые

41

На каком из рисунков *а* — *г* углы 1 и 2 смежные? Объясните ответ.



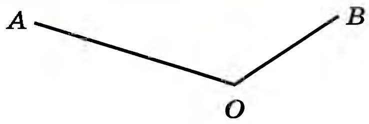
Решение. Смежными называются два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжением __________________

Углы 1 и 2 имеют общую сторону на рисунках *а*, ___. Две стороны углов 1 и 2 являются продолжением одна другой на рисунках ______. Оба условия выполняются на рисунке ___, т. е. углы 1 и 2 являются смежными на рисунке ___

Ответ. Смежные углы — на рисунке ___

42

а) Проведите луч OC так, чтобы углы AOB и COB были смежными, и луч OM так, чтобы углы AOB и MOA были смежными.



б) Вычислите градусные меры углов COB и MOA, если $\angle AOB = 100°$.

О т в е т.

б) $\angle COB =$ ______ , $\angle MOA =$ ______

43

Сумма углов ABC и ABO равна 160°. Являются ли они смежными?

Р е ш е н и е. Если углы ABC и ABO смежные, то выполняется равенство $\angle ABC + \angle ABO =$ ________ , что противоречит условию задачи.

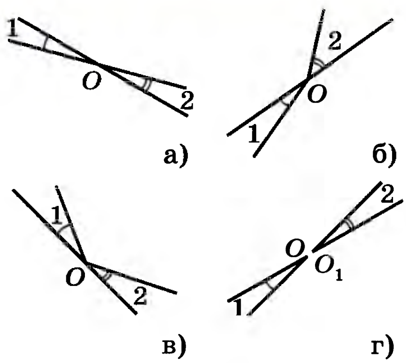
Следовательно, углы ABC и ABO __________________

О т в е т.

____

44

На каком из рисунков *а* — *г* углы 1 и 2 являются вертикальными? Объясните ответ.



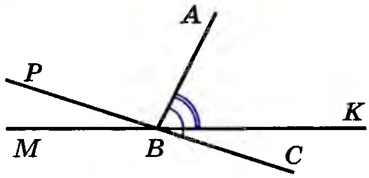
Р е ш е н и е. Два угла называются вертикальными, если стороны одного угла являются ________________ сторон другого. Это условие выполняется на рисунке ___

О т в е т.

Вертикальные углы изображены на рисунке ___

45

На рисунке $\angle ABC = 83°$, $\angle ABK = 65°$. Найдите $\angle PBM$.



Р е ш е н и е. $\angle PBM = \angle$ ______, так как эти углы __________________ ;
$\angle CBK = \angle ABC - \angle$ _____ $= 83° -$ ____ $=$ $=$ ____ . Следовательно, $\angle PBM =$ ____

О т в е т. ________________

46

Прямые AB и OT пересекаются в точке C, $\angle ACO = 40°$. Сделайте чертеж. Найдите $\angle BCT$, $\angle ACT$, $\angle BCO$.

Р е ш е н и е.

1) $\angle BCT = \angle$ ______, так как эти углы ________________________________ , поэтому $\angle BCT =$ ____

2) $\angle ACT + \angle ACO =$ ______________ , так как эти углы __________________ , поэтому $\angle ACT =$ ____________________ ____________________

3) $\angle BCO = \angle$ ______, так как ______ ______________________________________ , следовательно, $\angle BCO =$ ______

О т в е т. ____________________________________ ____________________

47

С помощью транспортира и линейки проведите через точку A прямую b, перпендикулярную к прямой m.

48

Прямые KM и BC пересекаются в точке O, $\angle COM = 89°$. Перпендикулярны ли прямые KM и BC? Объясните ответ.

Решение. Две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными, если они образуют ______________________________ ________________. По условию задачи $\angle COM =$ ____, т. е. он не ____________, поэтому прямые KM и BC ______________________________

Ответ.

____

49

Прямая b пересекает стороны угла C в точках A и B. Могут ли обе прямые CA и CB быть перпендикулярными к прямой b?

Решение. Предположим, что $CA \perp b$ и $CB \perp b$, тогда две прямые, перпендикулярные к прямой b, __________________________ в точке C, что невозможно. Следовательно, обе прямые CA и CB быть перпендикулярными к прямой b ______________________

Ответ.

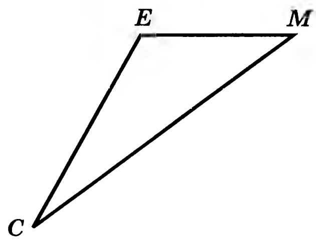
____

Глава II

Треугольники

§ 1 Первый признак равенства треугольников

50



а) Запишите все возможные обозначения данного треугольника.

б) Укажите: сторону, лежащую против угла C; угол, лежащий против стороны CM; углы, прилежащие к стороне EC; угол между сторонами EC и EM.

в) Измерьте меньшую сторону данного треугольника и его больший угол и запишите результат измерений.

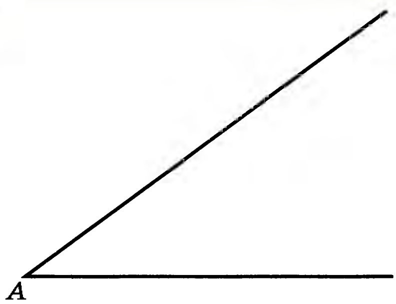
Ответ.

а) $\triangle CEM$, ______________________

б) Против угла C лежит сторона ____ ; против стороны CM лежит ________ ; к стороне EC прилежат углы ________ ; между сторонами EC и EM — угол ________

в) $EM =$ ___ см; $\angle CEM =$ ________

51



а) С помощью масштабной линейки закончите построение треугольника ABC, если $AB = 5$ см, $AC = 4$ см.

б) Измерьте градусные меры углов B и C построенного треугольника ABC и запишите результат измерений.

в) Измерьте сторону BC и найдите периметр треугольника ABC.

Ответ.

б) $\angle B =$ __________________

в) $BC =$ ____ см и $P_{ABC} =$ ______ см.

52

При наложении треугольника ABC на треугольник MKH сторона AB совместилась со стороной MK, сторона AC — со стороной MH.

Совместилась ли сторона BC со стороной KH? Объясните ответ.

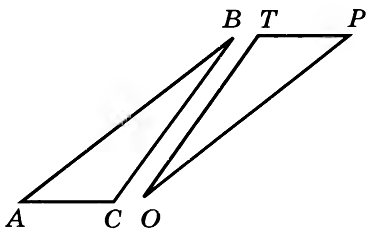
Решение. Так как стороны AB и AC совместились со сторонами __________________, то точки B и C совместились соответственно с точками ____________ . Следовательно, концы отрезков BC и _____ совместились, а значит, отрезки BC и KH ________________________

Ответ.

____

53

На рисунке изображены равные треугольники ABC и POT.



а) Укажите соответственно равные элементы этих треугольников.

б) Измерьте стороны и углы треугольника ABC и запишите результат измерений.

в) Не измеряя, найдите длины сторон и градусные меры углов треугольника POT.

Ответ.

а) $AC = PT$, ____

____

б) ____

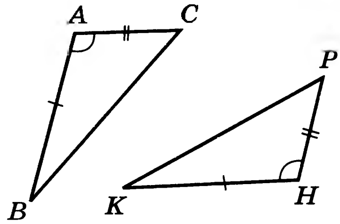
____

в) ____

____

54

Заполните пропуски в формулировке и доказательстве первого признака равенства треугольников.



Т е о р е м а. **Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны ________**

____

другого треугольника, то такие треугольники ______________

Д а н о: $\triangle ABC$ и $\triangle HKP$, $AB = HK$, $AC = HP$, $\angle A =$ ______

Д о к а з а т ь: $\triangle ABC =$ __________

Д о к а з а т е л ь с т в о.

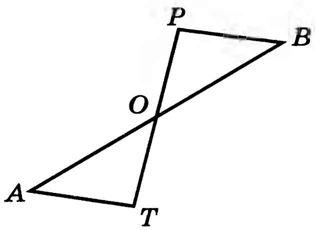
1) По условию теоремы $\angle A = \angle H$, поэтому треугольник ABC можно наложить на ______________________ так, что вершина A совместится с вершиной H, а стороны AB и AC наложатся соответственно на лучи HK и _____

2) По условию $AB =$ _____ , $AC =$ _____ , следовательно, сторона AB совместится со стороной _____ , а сторона AC — со стороной _____ , в частности, совместятся точки B и ___ , C и ___ . Поэтому совместятся стороны ______________________

3) Итак, треугольники ABC и HKP полностью совместятся, значит, они ___________ . Теорема доказана.

55

На рисунке точка O — середина отрезков AB и PT. Докажите, что $\triangle AOT = \triangle BOP$.



Д о к а з а т е л ь с т в о.

1) $AO =$ ______ , $OT =$ ______ , так как по условию задачи точка O — середина отрезков ______ и ______

2) $\angle AOT =$ _______ , так как эти углы вертикальные.

3) Итак, $AO = OB$, $OT =$ ________ , $\angle AOT =$ ________ , следовательно, $\triangle AOT =$ ____________ (по двум сторонам и ____________ ____________________________).

56

На рисунке к задаче 55 точка O — середина отрезка AB, $AT = BP$, $\angle OAT = \angle OBP$. Докажите, что точка O — середина отрезка PT.

Доказательство.

1) $AO = OB$, так как точка O — середина отрезка _____

2) $\triangle AOT =$ ________ , так как $AO =$ _____ , $AT =$ _____ , $\angle OAT =$ = ________ (по двум сторонам ____). Поэтому $OT =$ _____ , т. е. точка O — середина ____________________

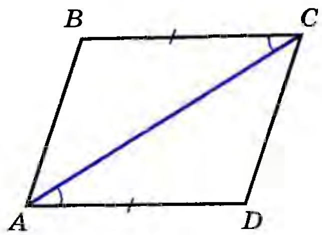
57

На рисунке $\angle CAD = \angle ACB$, $AD = BC$. Докажите, что $AB = CD$.

Доказательство.

1) AC — общая сторона треугольников ______ и ______

2) $\triangle CAD =$ ________ по двум сторонам и ________________________________ (AC — общая сторона, $AD =$ ______ и $\angle CAD =$ ________ по условию). Поэтому $AB =$ ______

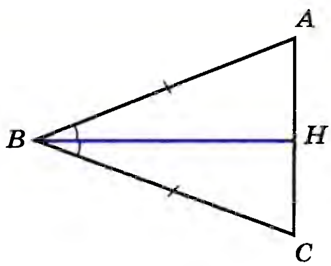


58

Дано: $AB = CB$, $\angle ABH = \angle CBH$ (см. рисунок).

Доказать: $AH = HC$.

Доказательство. $\triangle ABH =$ = ________ по двум ____________________ ________________________ (BH — ________ ____ ________________). Поэтому $AH =$ ______

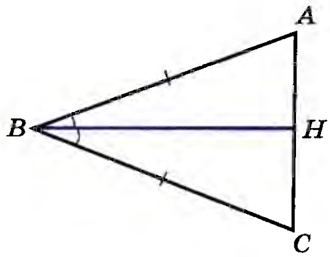


59

Д а н о : $\angle ABH = \angle CBH$, $AB = CB$ (см. рисунок).

Д о к а з а т ь : $\angle AHB = 90°$.

Д о к а з а т е л ь с т в о.

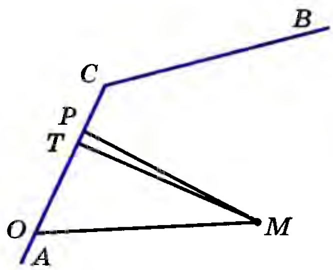


1) $\triangle ABH =$ ____________ по двум ______________________________________ ____________ (BH — общая сторона, $AB =$ ______ и $\angle ABH =$ __________ по условию).

2) Так как $\triangle ABH =$ ____________ , то $\angle AHB = \angle$ __________ . Но углы AHB и __________ смежные, поэтому $\angle AHB + \angle CHB =$ __________ , т. е. $2\angle AHB =$ ____________ , следовательно, $\angle AHB =$ ____________

§ 2 Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

60



а) Выясните с помощью чертежного угольника, какой из отрезков MP, MT, MO, изображенных на рисунке, является перпендикуляром, проведенным из точки M к прямой AC.

б) Проведите из точки M перпендикуляр к прямой BC.

О т в е т .

а) Перпендикуляром, проведенным из точки M к прямой AC, является отрезок ______

61

Через точку O, не лежащую на прямой BC, проведены прямые OM, OK и OA, пересекающие прямую BC. Какой из отрезков OM, OK, OA является перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой BC, если:

а) $OM \perp BC$ и $M \notin BC$;

б) $K \in BC$ и $\angle BKO \neq 90°$;

в) $OA \perp BC$ и $A \in BC$?

Сделайте чертеж.

Решение.

а) По условию $OM \perp$ ____ и M __ BC, поэтому отрезок OM ______________ перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой ______

б) $K \in BC$ и $\angle BKO \neq$ ________, следовательно, отрезок OK ______________ перпендикуляром, проведенным ____________ ______________________

в) $OA \perp$ ______ и ___________, поэтому отрезок OA ____________ ____

Ответ. Отрезок ______

62

Даны прямая a и три точки B, C, H, такие, что $B \notin a$, $C \notin a$, $H \in a$, $BC \perp a$.

Сделайте чертеж и докажите, что $\angle BHC \neq 90°$.

Доказательство.

1) По условию $B \notin a$, BC _____, C _____, поэтому отрезок BC — перпендикуляр, проведенный из точки B к ______________

2) Из точки B, не лежащей на прямой a, можно провести к этой прямой только ________ перпендикуляр, следовательно, $\angle BHC$ ________

63

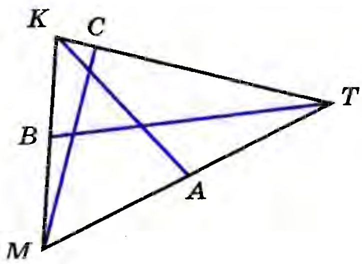
С помощью чертежных инструментов найдите на рисунке:

а) медиану;

б) биссектрису;

в) высоту

треугольника MKT.



Р е ш е н и е .

а) Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершину треугольника с ______________________________ ______________. Серединой стороны треугольника MKT является точка ___, значит, отрезок ____ — медиана треугольника MKT.

б) Биссектрисой треугольника называется отрезок __________ _____ угла треугольника, соединяющий вершину треугольника ______________________________ стороны. Биссектрисой угла ______ треугольника MKT является луч ______, поэтому отрезок _____ — биссектриса треугольника MKT.

в) Высотой треугольника называется ____________________, проведенный из вершины треугольника к ____________________ ______________________________. Таким перпендикуляром на рисунке является отрезок _____, поэтому отрезок _____ — высота треугольника MKT.

О т в е т .

а) Медиана — отрезок _____

б) Биссектриса — отрезок _____

в) Высота — ________________________

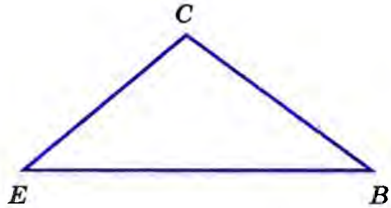
64

На рисунке с помощью чертежных инструментов проведите:

а) медиану треугольника BCE из вершины E;

б) биссектрису треугольника из вершины C;

в) высоту треугольника из вершины B.



65

На стороне KC треугольника BKC отмечена точка M так, что $\angle BMK = \angle BMC$. Сделайте чертеж. Докажите, что отрезок BM — высота треугольника BKC.

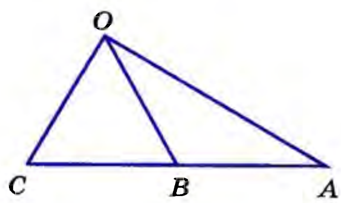
Доказательство.

По условию $\angle BMK = \angle$ ________ . Но эти углы смежные, следовательно, $\angle BMK = \angle$ ________ $= 90°$. Поэтому отрезок BM — перпендикуляр, проведенный из вершины B треугольника BKC к прямой, содержащей противоположную ______________ треугольника, т. е. отрезок BM — ______________ треугольника BKC.

66

а) С помощью масштабной линейки выясните, какой треугольник на рисунке является равнобедренным и какой равносторонним.

б) Запишите, какие стороны равнобедренного треугольника являются боковыми, а какая сторона — основанием.



Ответ.

а) Равнобедренным является треугольник ________ , равносторонним — треугольник ________

б) В треугольнике ________ боковыми сторонами являются стороны ______________ , основанием — сторона _____

67

Является ли равнобедренным треугольник HOT, если его периметр равен 47 см, $HO = 19$ см, $OT = 9$ см? Объясните ответ.

Решение. Треугольник называется равнобедренным, если

____

$P_{HOT} = HO + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = 47$ см, откуда $HT = \_\_\_\_$ см, т. е. $HT \_\_ HO$, поэтому треугольник HOT ______________________________

Ответ. ________________

68

Определите вид треугольника ABC, если $AB + BC = AB + AC = BC + AC$.

Решение.

1) По условию $AB + BC = AB + \_\_\_\_$, значит, $BC = \_\_\_\_$

2) $AB + AC = BC + \_\_\_\_$, значит, $AB = \_\_\_\_$

3) Итак, $AB = \_\_\_\_$ и $BC = \_\_\_\_$, т. е. все стороны треугольника ABC ________________ . Следовательно, треугольник ABC

____

Ответ. ______________________

69

Является ли треугольник равнобедренным, если его углы равны 35°, 45° и 100°?

Решение. В равнобедренном треугольнике два угла ________________ . В данном треугольнике равных углов ________ , поэтому он ____

Ответ. ________________

70

Найдите биссектрису AM, проведенную к основанию BC равнобедренного треугольника ABC, если периметр треугольника ABC равен 32 см, а периметр треугольника ABM равен 24 см (сделайте чертеж).

Решение.

1) По условию треугольник ABC — ________________________, BC — его ____________, поэтому $AB =$ ______

2) AM — биссектриса равнобедренного треугольника, проведенная к основанию BC, значит, AM является и ______________ треугольника ABC, т. е. $BM =$ _____

3) $P_{ABC} = AB + BC +$ ______ $=$
$= 2(AB +$ ______$) = 32$ см. Отсюда $AB + BM =$ _____ см.

4) $P_{ABM} = AB + BM +$ ______ $=$
$=$ ______ $+ AM$.

Итак, $16 + AM =$ ______, следовательно, $AM =$ ___ см.

Ответ.

$AM =$ ___ см.

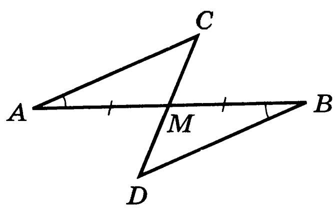
§ 3 Второй и третий признаки равенства треугольников

71

На рисунке $AM = MB$, $\angle A = \angle B$, $CM = 5$ см.

Найдите DM.

Решение. $\triangle AMC =$ ________ по стороне и двум ________________ ($\angle AMC =$ ________ как вертикальные углы, $AM =$ _____ и $\angle A =$ ______ по условию). Поэтому $DM =$ _____ $= 5$ см.



Ответ.

$DM =$ ________

72

Биссектриса BH треугольника ABC совпадает с его высотой. Сделайте чертеж и докажите, что $\angle BAC = \angle BCA$.

Доказательство.

1) По условию BH — биссектриса треугольника ABC, т. е. $\angle ABH =$ ________ ; BH — высота треугольника ABC, т. е. $\angle AHB = \angle$ ______ $= 90°$.

2) $\triangle ABH$ ___ $\triangle CBH$ по стороне и ____

____________ (BH — общая сторона, $\angle ABH = \angle$ ______ , $\angle AHB = \angle$ ______). Отсюда следует, что $\angle BAH = \angle$ ______ , т. е. $\angle BAC = \angle$ ______

73

Даны равнобедренные треугольники ABC и MKO с основаниями BC и KO, $AB = MK$. Какое условие достаточно добавить, чтобы данные треугольники были равны:

а) по первому признаку равенства треугольников;

б) по третьему признаку равенства треугольников?

Ответ.

а) ______________

б) ______________

74

Даны равнобедренные треугольники ABC и MKO с основаниями BC и KO, $BC = KO$. Какое условие достаточно добавить, чтобы данные треугольники были равны:

а) по второму признаку равенства треугольников;

б) по третьему признаку равенства треугольников?

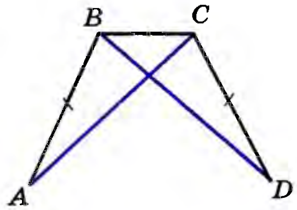
Ответ.

а) ______________

б) ______________

75

На рисунке $AB = CD$, $AC = BD$. Докажите, что $\angle ACB = \angle DBC$ и $\angle ABD = \angle DCA$.



Доказательство.

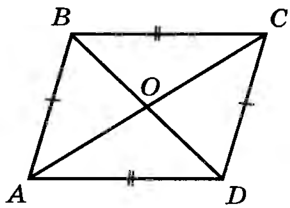
1) $\triangle ABC$ ___ $\triangle DCB$ по __________ сторонам ($AB =$ _____ , $AC =$ _____, BC — общая ___________). Поэтому $\angle ACB$ ___ $\angle DBC$ и $\angle ABC = \angle$ _____

2) $\angle ABD = \angle ABC - \angle$ __________ , $\angle DCA = \angle DCB - \angle$ _______ . Поэтому $\angle ABD$ ___ $\angle DCA$.

Итак, $\angle ACB =$ ________ и $\angle ABD =$ $=$ ________

76

На рисунке $AB = CD$, $BC = AD$. Докажите, что точка O — середина отрезков AC и BD.



Доказательство.

1) $\triangle ABD$ ___ $\triangle CDB$ по __________ сторонам ($AB =$ _____ и $AD =$ _____ по условию задачи, сторона _____ общая). Поэтому $\angle ABD = \angle$ _____

2) $\triangle ABC = \triangle CDA$ по трем сторонам (______________________________ ________). Поэтому $\angle BAC = \angle$ _______

3) $\triangle AOB$ ___ $\triangle COD$ по ___________ ______________________________________ углам ($AB =$ _____ , $\angle ABO = \angle$ ______ , $\angle BAO = \angle$ ______). Поэтому $AO =$ $=$ _____ и $BO =$ _____ , т. е. точка O — ______________ отрезков AC и BD.

§ 4 Задачи на построение

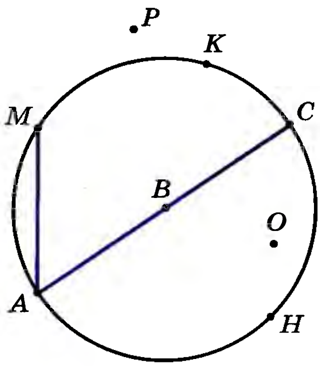
77

а) Измерьте диаметр окружности с центром в точке B. Чему равен ее радиус?

б) Какие точки лежат на данной окружности и какие принадлежат дуге AMC?

в) Как называется отрезок AM?

г) Проведите хорду через точки H и B. Как называется такая хорда?



Ответ.

а) Диаметр окружности равен ___ см, радиус ___ см.

б) На окружности лежат точки ________________, на дуге AMC — точки __________

в) Отрезок AM называется ________________

г) Самая большая хорда проходит через _________ окружности и называется ________________

78

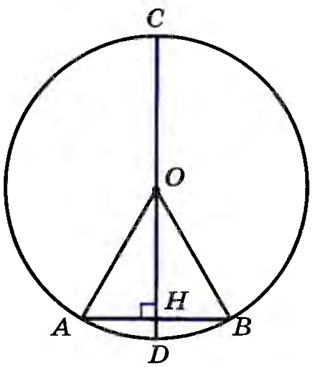
Докажите, что диаметр окружности, перпендикулярный к хорде, делит эту хорду пополам.

Доказательство.

1) $AO =$ ___ (радиусы окружности), следовательно, $\triangle AOB$ — ____________ ____________

2) По условию $CD \perp AB$, т. е. $OH \perp$ ___ , значит, OH — ____________ треугольника AOB.

3) Итак, $\triangle AOB$ — ________________, OH — его _____________, а поэтому и ________________ (свойство равнобедренного треугольника), т. е. $AH =$ ___



79

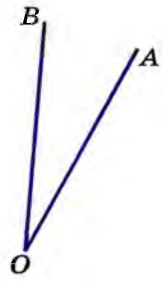
Постройте луч OC так, чтобы луч OA был биссектрисой угла BOC.

Решение.

1) Проведем окружность произвольного радиуса с центром O. Она пересечет лучи OA и OB в точках A_1 и B_1.

2) Проведем окружность радиуса A_1B_1 с центром A_1. Она пересечет первую окружность в точках C и ___

3) Проведем луч OC. Докажем, что луч OC искомый. Действительно, $\triangle OA_1B_1 =$ __________ по трем ________________, поэтому $\angle AOB =$ $= \angle$ ______, т. е. луч OA — __________ __________ угла BOC.



80

Отложите от данного луча AB угол, равный 45°.

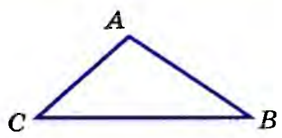
Решение.

1) Отложим от луча AB прямой угол BAC, для чего построим прямую AC, __________________________ к прямой AB.

2) Построим биссектрису AM угла ______. Угол BAM искомый, так как $\angle BAM = \frac{1}{2}\angle$ ______ $= \frac{1}{2}$ ___ $= 45°$.

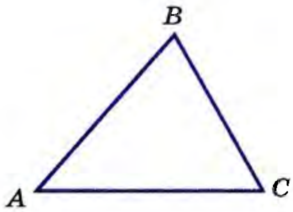
81

Постройте высоты AH и BK треугольника ABC.



82

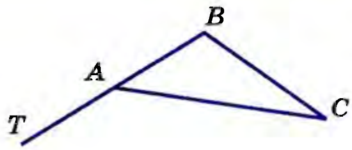
Постройте медиану BM данного треугольника ABC.



Р е ш е н и е. Построим середину стороны _____ — точку M. Проведем отрезок _____. Отрезок BM искомый, он является ____________________ треугольника ABC.

83

Постройте биссектрису AE треугольника ABC и биссектрису угла CAT, смежного с углом A треугольника.

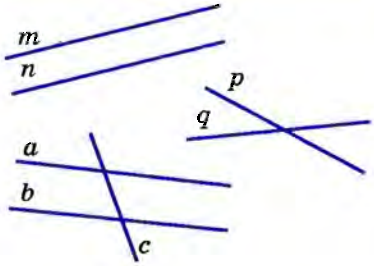


Глава III

Параллельные прямые

§ 1 Признаки параллельности двух прямых

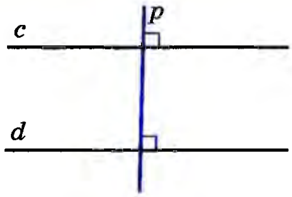
84



На рисунке прямые p и q, a и c, b и c пересекаются, прямые m и n, a и b не пересекаются. Какие из прямых на рисунке параллельны?

Ответ. ____________

85

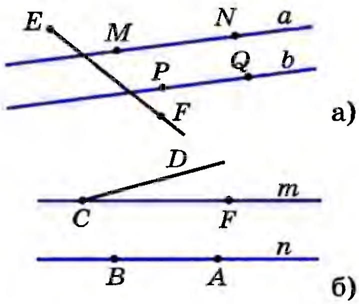


На рисунке $c \perp p$ и $d \perp p$. Параллельны ли прямые c и d? Объясните ответ.

Ответ.

Да, так как две прямые, ________ ____________________ к третьей ________________________________

86



На рисунках *а* и *б* прямые a и b, m и n параллельны. Используя знак параллельности $\parallel$, выпишите:

а) параллельные отрезки, изображенные на рисунке *а*;

б) параллельные лучи, изображенные на рисунке *б*.

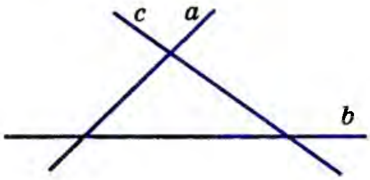
Ответ.

а) __________

б) ______________________________

87

Какая прямая на рисунке является секущей по отношению к двум другим прямым?

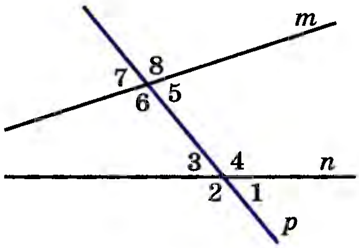


Ответ.

Прямая a — секущая по отношению к прямым b и c; прямая b — ______________________________________ ______________ ; прямая c — ______________ ______________________________________

88

На рисунке прямые m и n пересечены секущей p. Из восьми образовавшихся углов, обозначенных цифрами, выпишите все пары углов:



а) накрест лежащих;

б) односторонних;

в) соответственных.

Ответ.

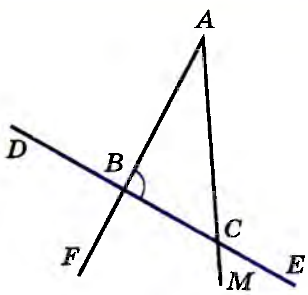
а) $\angle 3$ и $\angle 5$; ____________________

б) ________________________

в) ____

89

На рисунке прямые AF и AM пересечены секущей DE в точках B и C. Назовите угол, который составляет с углом ABC пару углов:



а) односторонних;

б) накрест лежащих;

в) соответственных.

Ответ.

а) ___________

б) ___________

в) ___________

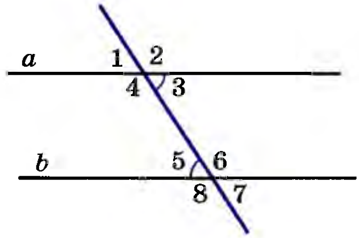
90

На рисунке $\angle 3 = \angle 5$. Докажите, что:

а) $\angle 4 = \angle 6$;

б) $\angle 1 = \angle 5$;

в) $\angle 3 + \angle 6 = 180°$.



Доказательство.

а) $\angle 4 = \angle 6$, так как эти углы смежные с равными углами 3 и 5;

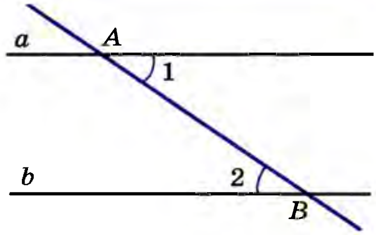
б) $\angle 1 = \angle 5$, так как ______________

____

в) $\angle 3 + \angle 6 = 180°$, так как ______

____

91

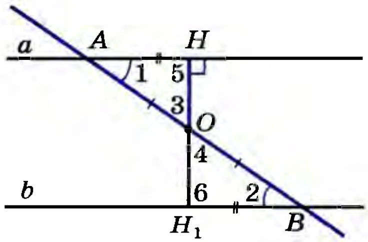


Теорема. **Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы ______________, то прямые ______________**

Дано: прямые a и b и их секущая AB, углы 1 и 2 накрест лежащие, $\angle 1 = \angle 2$ (рисунок a).

Доказать: $a \parallel b$.

Доказательство. Если углы 1 и 2 прямые, то $a \perp AB$, $b \perp AB$, поэтому $a \parallel b$. Рассмотрим случай, когда углы 1 и 2 не прямые. На рисунке *б* точка O — середина отрезка AB, $OH \perp a$, $BH_1 = AH$.



б)

1) $\triangle OHA = \triangle OH_1B$ по ______________

______________________________________,

поэтому $\angle 3 = \angle 4$ и $\angle 5 = \angle 6$.

2) Из равенства углов 3 и 4 следует, что точка H_1 лежит на продолжении луча OH, т. е. точки H, O и H_1 лежат ______________

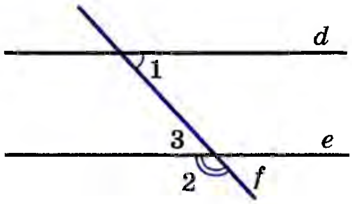
____

3) Из равенства углов 5 и 6 следует, что $\angle 6 =$ ______, т. е. HH_1 ___ b.

4) Итак, прямые a и b ______________ к прямой ______, поэтому они ______________. Теорема доказана.

92

На рисунке $\angle 1 = 47°$, $\angle 2 = 133°$. Докажите, что $d \parallel e$.



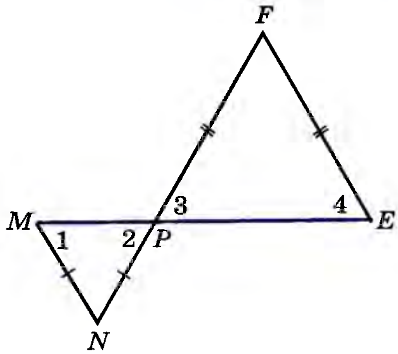
Доказательство.

1) $\angle 3 = 180° -$ ______ $=$ _____ , т. е. $\angle 1 = \angle 3$.

2) Равные углы 1 и 3 — ________ ______________, поэтому $d \parallel e$.

93

На рисунке $MN = NP$, $PF = FE$. Докажите, что $MN \parallel FE$.



Доказательство.

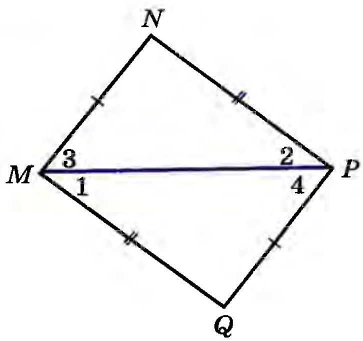
1) $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 3 = \angle 4$, так как в равнобедренном треугольнике ______ ______________________________

2) $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы _____________________. Следовательно, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.

3) Равные углы 1 и 4 — ________ _________________ при пересечении прямых MN и FE секущей _____ , поэтому $MN \parallel FE$.

94

На рисунке $MN = PQ$, $MQ = PN$. Докажите, что $MQ \parallel PN$, $MN \parallel PQ$.



Доказательство.

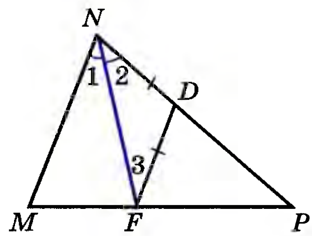
1) $\triangle MNP = \triangle PQM$ по ___________ ____________________________________, следовательно, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$.

2) Равные углы 1 и 2 — _________ _________________ при пересечении прямых ___________ секущей _____ , поэтому $MQ \parallel PN$.

3) Равные углы 3 и 4 — ____________________________________ ____, поэтому $MN \parallel PQ$.

95

На рисунке $\angle 1 = \angle 2$, $DN = DF$. Докажите, что $MN \parallel DF$.



Доказательство.

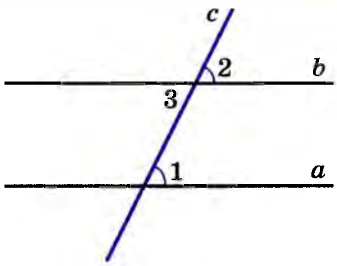
1) $\triangle DFN$ — ________________________ ,

поэтому $\angle$ ___ $= \angle$ ___ , а так как $\angle 2 =$ $= \angle$ ___ по условию, то $\angle 3 = \angle 1$.

2) Равные углы 1 и 3 — ____________ ________________________ при пересечении прямых ______________ секущей ________ , поэтому $MN \parallel$ ________

96

Теорема. **Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы ________________ , то прямые ________________________**



Дано: прямые a и b и их секущая c, углы 1 и 2 соответственные, $\angle 1 = \angle 2$.

Доказать: $a \parallel b$.

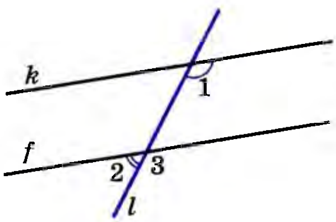
Доказательство.

1) $\angle 1 = \angle 2$ по ______________ , $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы ______________________ , следовательно, $\angle 1 = \angle 3$.

2) Равные углы 1 и 3 — ____ ____ , поэтому $a \parallel b$. Теорема доказана.

97

На рисунке $\angle 1 = 125°$, $\angle 2 = 55°$. Докажите, что $k \parallel f$.



Доказательство.

____

____

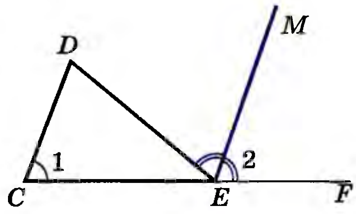
____

____

____

98

На рисунке $\angle 1 = 70°$, $\angle DEF = 140°$, луч EM — биссектриса угла DEF. Докажите, что $CD \parallel EM$.



Доказательство.

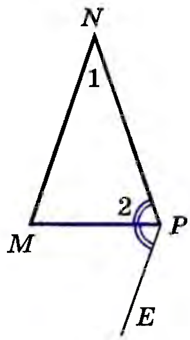
1) $\angle 2 = 70°$, так как ______________

____

2) $\angle 1 = \angle 2 = 70°$, а эти углы — ______________________________ при пересечении прямых ______ и ______ секущей ______ , поэтому $CD \parallel EM$.

99

На рисунке $\angle 1 = 38°$, $\angle 2 = 71°$, луч PM — биссектриса угла EPN. Докажите, что $PE \parallel MN$.



Доказательство.

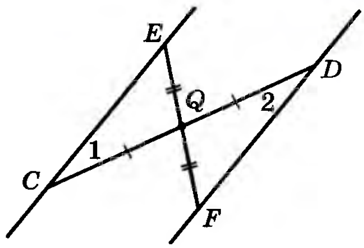
1) $\angle EPN = 2 \cdot \angle 2 = 142°$, так как ______________________________

____

2) $\angle EPN + \angle 1 =$ ______ $+$ ______ $=$ $=$ ______ , т. е. сумма односторонних углов EPN и 1, образованных при пересечении прямых ______ и ______ секущей ______ , равна ______ . Поэтому $PE \parallel MN$.

100

На рисунке точка Q — середина отрезков CD и EF. Докажите, что $EC \parallel DF$.



Доказательство.

1) $\triangle CEQ = \triangle DFQ$ по ______________

____,

следовательно, углы 1 и ___ равны.

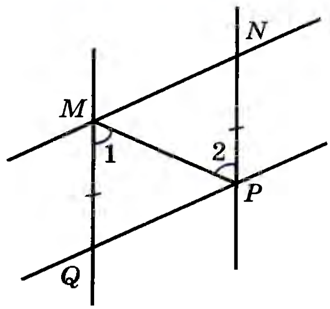
2) Равные углы ___ и ___ — ______________________________

____, поэтому $EC \parallel DF$.

101

На рисунке $MQ = NP$, $\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $MN \parallel PQ$.

Доказательство.



____

____

____

____

____

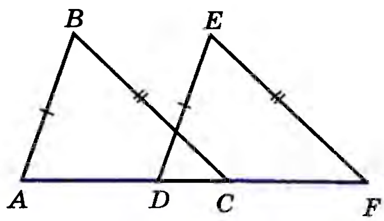
____.

102

На рисунке $AB = DE$, $BC = EF$, $AD = CF$.

Докажите, что $AB \parallel DE$.

Доказательство.



1) $AC = DF$, так как ______________________

____

2) $\triangle ABC = \triangle DEF$ по ______________________

____,

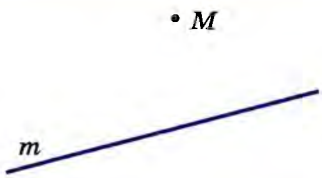
следовательно, $\angle BAC = \angle EDF$, а эти углы ______________________

____

____________________, поэтому $AB \parallel DE$.

103

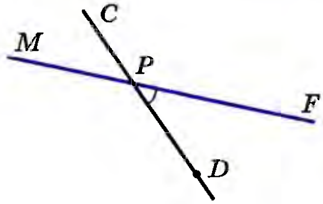
С помощью чертежного угольника и линейки проведите через точку M прямую, параллельную данной прямой m.



104

С помощью циркуля и линейки постройте прямую DE, параллельную данной прямой MF.

Указание. Постройте угол PDE, равный углу FPD, так, чтобы углы PDE и FPD были накрест лежащими при пересечении прямых MF и DE секущей CD.

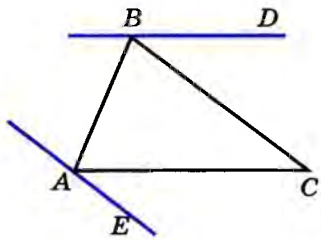


§ 2 Аксиома параллельных прямых

105

На рисунке $BD \parallel AC$, прямые AE и AC не совпадают. Докажите, что прямая AE пересекает прямую BD.

Доказательство. Прямые AC и BD параллельны по условию, прямая AE ____________ прямую AC, поэтому, согласно следствию 1^0 из аксиомы параллельных прямых, прямая AE ____________ и прямую BD.

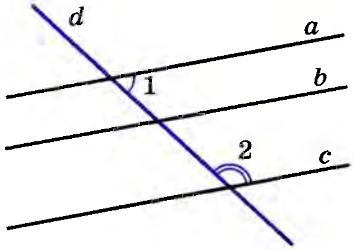


106

Прямые a, b и c пересечены секущей d; $a \parallel b$, $\angle 1 = 54°$, $\angle 2 = 126°$. Докажите, что $b \parallel c$.

Доказательство.

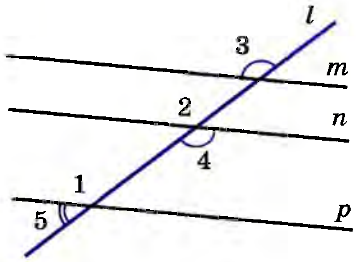
1) $a \parallel c$, так как $\angle 1 + \angle 2 =$ ______ , а углы 1 и 2 ____________ при пересечении прямых ___ и ___ секущей ___



2) Итак, $a \parallel c$ и $a \parallel b$ (по ______________), поэтому, согласно следствию 2^0 из аксиомы параллельных прямых, прямые ___ и ___ параллельны.

107

На рисунке $\angle 3 = \angle 4 = 138°$, $\angle 5 = 42°$. Какие из прямых m, n и p являются параллельными?



Решение.

1) $\angle 2 = \angle 4$, так как эти углы ________________________, $\angle 3 = \angle 4$ по _________________, поэтому $\angle 2 = \angle$ ___ Равные углы 2 и 3 — _______________________ при пересечении прямых ___ и ___ секущей ___ , поэтому $m \parallel n$.

2) Углы 1 и 5 _______________, поэтому $\angle 1 = 180° - \angle$ ___ = = ________, а так как $\angle 3 =$ ________ по условию, то $\angle 1 = \angle 3$. Равные углы 1 и 3 — _____________________________ при пересечении прямых ___ и ___ секущей ___ , поэтому $m \parallel p$.

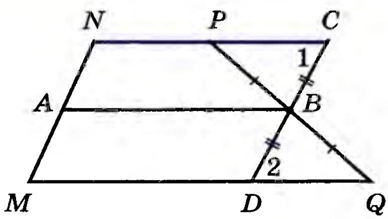
3) $m \parallel n$ и $m \parallel p$, поэтому, согласно следствию 2^0 из аксиомы параллельных прямых, $n \parallel p$.

Ответ.

____

108

На рисунке $AB \parallel NC$, точка B — середина отрезков DC и PQ.



Докажите, что $AB \parallel MQ$.

Доказательство.

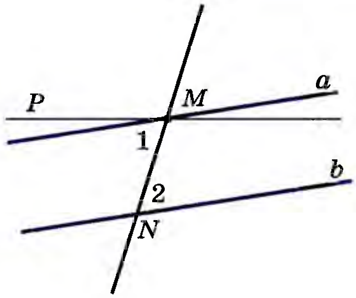
1) $\triangle BCP = \triangle BDQ$ по ____

2) Из равенства треугольников BCP и BDQ следует равенство углов 1 и 2, а эти углы — ______________________________ при пересечении прямых ______ и ______ секущей ______ , поэтому прямые NC и ______ параллельны.

3) Итак, $AB \parallel NC$, $NC \parallel$ ______ , следовательно, $AB \parallel MQ$.

109

Теорема. **Если две ________ ________ прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы ________**



Дано: $a \parallel b$, MN — секущая, углы 1 и 2 накрест лежащие.

Доказать: $\angle 1 = \angle 2$.

Доказательство.

Допустим, что $\angle 1 \neq \angle 2$.

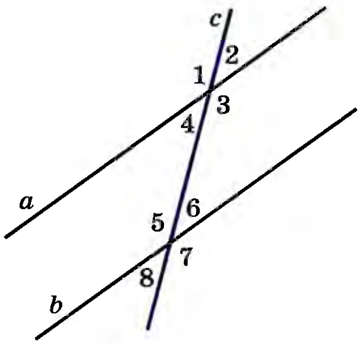
1) Построим угол NMP, равный углу 2, как показано на рисунке. Так как $\angle 1 \neq \angle 2$, то прямые MP и a не совпадают. Равные углы NMP и 2 — ________________ при пересечении прямых MP и b секущей MN, поэтому ______ $\parallel b$.

2) Мы получили, что через точку M проходят две прямые: a и ______ , параллельные прямой b. Но это противоречит

____

Значит, наше допущение __________ и $\angle 1 = \angle 2$. Теорема доказана.

110



На рисунке $a \parallel b$, c — секущая, $\angle 4 + \angle 6 = 78°$. Найдите все углы, обозначенные цифрами.

Решение.

1) По условию $\angle 4 + \angle 6 = 78°$, а эти углы ________________________________

____

__________ , поэтому $\angle 4$ ___ $\angle 6 =$ _____

2) $\angle 2 = \angle 4$, $\angle 8 = \angle 6$, так как эти углы ____________________ , поэтому $\angle 2 =$ _____ и $\angle 8 =$ _____

3) $\angle 3 =$ _____ $- \angle 4 =$ _____ , $\angle 5 =$ _____ $- \angle 6 =$ _____ , так как $\angle 3$ и $\angle 4$, $\angle 5$ и $\angle 6$ — ______________

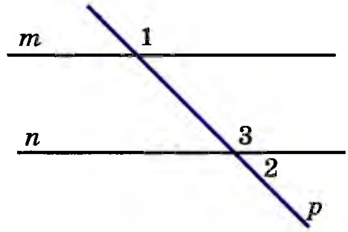
4) $\angle 1 = \angle 3$ и $\angle 7 = \angle 5$, так как эти углы ________________

Ответ.

____

111

На рисунке $m \parallel n$, p — секущая, угол 1 в три раза больше угла 2. Найдите $\angle 3$.



Решение.

1) $\angle 3 = \angle 1$, так как эти углы ____, следовательно, угол 3 в три раза больше угла 2.

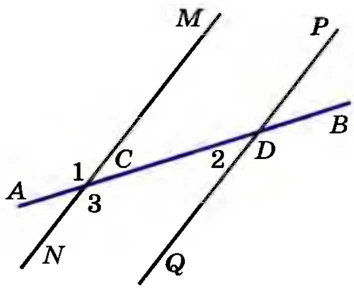
2) Углы 2 и 3 — ________________, поэтому их сумма равна _____, т. е. $\angle 2 + 3 \cdot \angle 2 =$ _____, откуда $\angle 2 =$ _____, а $\angle 3 =$ _____

Ответ.

$\angle 3 =$ _____

112

На рисунке $MN \parallel PQ$, AB — секущая, угол 1 на $110°$ больше угла 2. Найдите $\angle 3$.



Решение.

1) $\angle 1 = \angle 3$, так как ____________________________________, поэтому угол 3 на $110°$ больше угла 2, т. е. $\angle 3 = \angle 2 +$ _____

2) $\angle 3$ и $\angle 2$ — __________________________ при пересечении ____________________ прямых MN и PQ секущей AB, а потому $\angle 3 + \angle 2 =$ _____

3) Итак, $\angle 2 + 110° + \angle 2 =$ _____, откуда $\angle 2 =$ _____, следовательно, $\angle 3 = \angle 2 +$ _____ $=$ _____

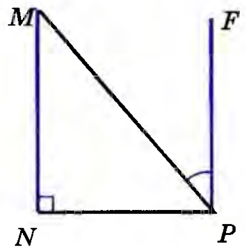
Ответ.

$\angle 3 =$ _____

113

На рисунке треугольник MNP прямоугольный, $\angle N = 90°$, $PF \parallel MN$, $\angle MPF = 42°$.

Найдите $\angle MPN$ и $\angle M$.



Решение.

1) $PN \perp PF$, так как прямая PN, перпендикулярная к одной из параллельных прямых MN и PF, перпендикулярна и к другой, поэтому $\angle FPN =$ ______

2) $\angle MPN = \angle FPN - \angle$ ______ $= 90° -$ ______ $=$ ______

3) $\angle M$ ___ $\angle MPF = 42°$, так как ______________________________

____

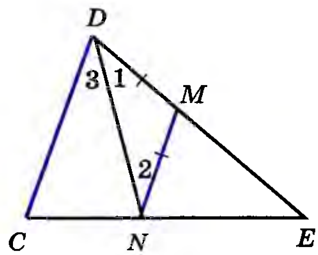
____

Ответ.

$\angle MPN =$ ______ , $\angle M =$ ______

114

На рисунке $MN \parallel CD$, $MN = MD$. Докажите, что DN — биссектриса угла D.



Доказательство.

1) $\angle 1 = \angle 2$, так как ______________

____

____

2) $\angle 2 = \angle 3$, так как эти углы ______________________________

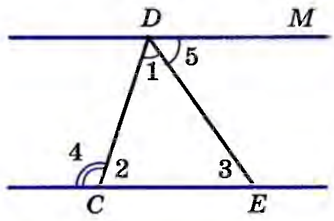
____

____

3) Итак, $\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 2 = \angle 3$, поэтому $\angle$ ___ $= \angle$ ___ , т. е. луч DN — биссектриса угла D.

115

На рисунке $DM \parallel CE$, луч DE — биссектриса угла CDM, $\angle 4 = 108°$. Найдите углы треугольника CDE.



Р е ш е н и е .

1) $\angle CDM = \angle 4 = 108°$, так как ______________________________

____

____

2) $\angle 1 = \angle 5 = 54°$, так как ______________________________

3) $\angle 3 = \angle 5 = 54°$, так как ______________________________

____

____

4) $\angle 2 = 180° - \angle 4 =$ ____ , так как ______________________________

О т в е т . $\angle C =$ ____ , $\angle D =$ ____ , $\angle E =$ ____

Глава IV

Соотношения между сторонами и углами треугольника

§ 1 Сумма углов треугольника

116

В равнобедренном треугольнике MNP с основанием MP $\angle M = 43°$. Найдите углы N и P.

Решение.

1) $\angle P = \angle$ ____

________________, поэтому $\angle P =$ _____

2) $\angle M + \angle P + \angle N =$ _____ по теореме о ______________________

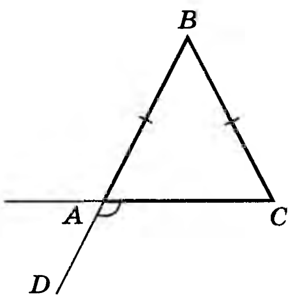
_____________________, поэтому $\angle N =$ _____ − _____ = _____

Ответ.

$\angle N =$ _____ , $\angle P =$ _____

117

На рисунке треугольник ABC равнобедренный с основанием AC, $\angle DAC = 117°$. Найдите углы треугольника ABC.



Решение.

1) $\angle DAC$ и $\angle BAC$ — _______________ углы, поэтому $\angle BAC =$ _____ − $\angle DAC =$ = _____ − $117° =$ _____

2) Треугольник ABC равнобедренный, поэтому $\angle C = \angle$ _____ = _____

3) Так как $\angle B + \angle A + \angle C =$ _____ (по теореме о ________________________ _______), то $\angle B =$ _____ − _____ = _____

Ответ.

$\angle A = \angle C =$ _____ , $\angle B =$ _____

118

В треугольнике ABC угол C в два раза меньше угла A, а угол B в три раза больше угла C. Найдите углы треугольника.

Решение. Пусть $\angle C = x°$, тогда $\angle A = 2x°$, $\angle B = 3x°$.

1) $\angle A + \angle B + \angle C =$ _____ по теореме о ____, т. е. $2x + 3x + x =$ _____, $6x =$ _____, $x =$ _____, поэтому $\angle C = 30°$.

2) $\angle A = 2x° =$ _____, $\angle B =$ _____ $=$ _____

Ответ.

$\angle A =$ _____, $\angle B =$ _____, $\angle C =$ _____

119

В треугольнике ABC угол A на $25°$ больше угла C, а угол C в три раза меньше угла B. Найдите углы треугольника.

Решение. Пусть $\angle C = x°$, тогда $\angle A = x° +$ _____, $\angle B = 3x°$.

1) $\angle A + \angle B + \angle C =$ _____ по теореме о ____, т. е. ____________________ $=$ _____, _____ $=$ _____, $x =$ _____, поэтому $\angle C = 31°$.

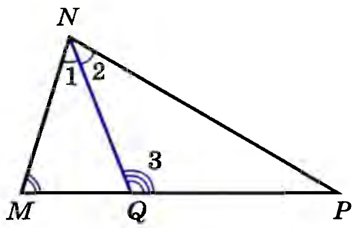
2) $\angle A =$ _____ $+$ _____ $=$ _____, $\angle B = 3 \cdot$ _____ $=$ _____

Ответ.

$\angle A =$ _____, $\angle B =$ _____, $\angle C =$ _____

120

В треугольнике MNP отрезок NQ — биссектриса, $\angle M = 74°$, $\angle 3 = 112°$. Найдите углы N и P треугольника MNP.



Решение.

1) Угол 3 — внешний угол при вершине Q треугольника MQN, поэтому $\angle 3 = \angle$ _____ $+ \angle 1$, откуда $\angle 1 = \angle 3 - \angle M = 112° -$ _____ $=$ _____; $\angle N =$ _____, так как NQ — ______________________________

2) $\angle P = 180° - ($_____ $+$ _____$) =$ _____

Ответ.

$\angle N =$ _____, $\angle P =$ _____

121

Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из них равен $72°$.

Р е ш е н и е . Рассмотрим два случая.

1) Пусть угол A при основании AC равнобедренного треугольника ABC равен $72°$, тогда $\angle C = \angle$ ______ = ______ . Согласно теореме о ______________________________ $\angle B$ = ______ − 2 · ______ = ______

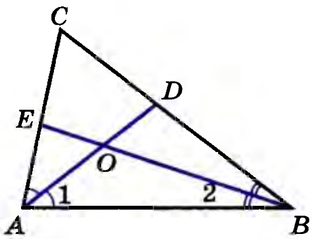
2) Пусть угол B, противолежащий основанию AC равнобедренного треугольника ABC, равен $72°$, тогда $\angle A + \angle C$ = ______ − − $72°$ = ______ , а так как $\angle A$ и $\angle C$ — ______________ углы, то $\angle A$ ___ $\angle C$ = ______ : 2 = ______

О т в е т .

______ , ______ , ______ или ______ , ______ , ______

122

Биссектрисы AD и BE треугольника ABC пересекаются в точке O, $\angle A = 78°$, $\angle B = 38°$. Найдите угол AOE.



Р е ш е н и е .

1) $\angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = \frac{1}{2}($____ + + ____$)$ = ____

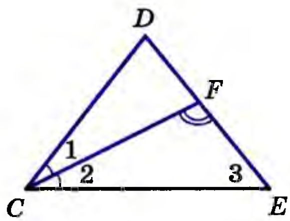
2) $\angle AOE$ — ____________________ угол треугольника AOB, поэтому $\angle AOE$ = = $\angle$ ___ + $\angle$ ___ = ____

О т в е т .

$\angle AOE$ = ____

123

На рисунке CF — биссектриса равнобедренного треугольника CDE с основанием CE, $\angle CFE = 102°$. Найдите углы треугольника CDE.



Р е ш е н и е .

1) Пусть $\angle 1 = x°$, тогда $\angle 3 = 2x°$, так как ________________________________

2) $\angle 2 + \angle 3 + \angle CFE =$ ______ по ______________________________

______________________________, поэтому $x + 2x + 102° =$ ______, откуда $3x =$ ______, $x =$ ______. Таким образом, $\angle C = \angle E = 2x° =$ $=$ ______

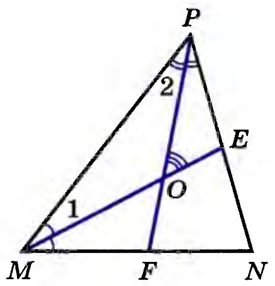
3) $\angle D = 180° - (\angle$ ______ $+ \angle$ ______$) =$ ______________________________

Ответ.

$\angle C = \angle E =$ ______, $\angle D =$ ______

124

На рисунке биссектрисы ME и PF треугольника MNP пересекаются в точке O, $\angle POE = 52°$.



Найдите $\angle N$.

Решение.

1) $\angle POE$ — ____________________ угол треугольника MOP, поэтому $\angle POE =$ $= \angle$ ___ $+ \angle$ ___, т. е. $\angle 1 + \angle 2 =$ ______

2) $\angle N = 180° - (\angle M + \angle P) = 180° -$ $- 2 \cdot$ _____ $= 180° -$ ______ $=$ _____

Ответ.

$\angle N =$ _____

125

Могут ли два внешних угла треугольника при разных его вершинах быть:

а) острыми;

б) прямыми?

Объясните ответ.

Ответ.

а) Нет, так как тогда треугольник имел бы два тупых угла, а это невозможно.

б) Нет, так как тогда треугольник ______________________________

____

126

Могут ли углы при основании равнобедренного треугольника быть прямыми или тупыми? Объясните ответ.

Ответ.

Нет, так как в треугольнике только один угол может быть ______________ или ____________

127

Может ли угол при основании равнобедренного треугольника быть равным 93°?

Ответ.

Нет, так как углы при основании равнобедренного треугольника ____________

128

Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из его углов равен 98°.

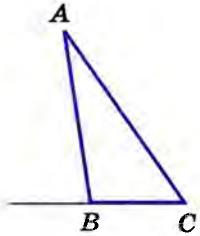
Решение. Угол при основании равнобедренного треугольника _________________ равным 98°, так как углы при основании равнобедренного треугольника острые. Пусть ABC — равнобедренный треугольник с основанием AC и углом при вершине B, равным 98°, тогда $\angle A + \angle C =$ _____ $- \angle B =$ _____ $- 98° =$ _____, а так как углы A и C __________, то $\angle A$ ___ $\angle C =$ _____

Ответ.

98°, _____, _____

129

Проведите высоту AH треугольника ABC и укажите катеты и гипотенузу в треугольниках ABH и ACH.



Ответ.

В треугольнике ABH _____ и _____ — катеты, _____ — гипотенуза. В треугольнике ACH _____________

____

§ 2 Соотношения между сторонами и углами треугольника

130

а) В треугольнике MNP выполняется следующее соотношение: $MN < NP < PM$. Может ли угол M этого треугольника быть прямым?

б) В треугольнике CDE выполняется следующее соотношение: $CE < DC = DE$. Может ли угол D этого треугольника быть тупым?

Решение.

а) Предположим, что в треугольнике MNP угол M прямой. Тогда гипотенуза NP прямоугольного треугольника MNP будет больше катета PM, что противоречит условию $NP < PM$.

Значит, предположение неверно, и $\angle M \neq 90°$.

б) ____

____

____

____

Ответ.

а) ______

б) ______

131

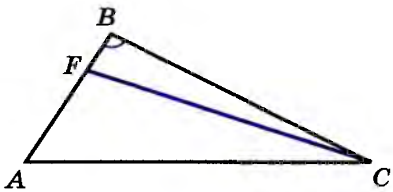
Докажите, что в тупоугольном треугольнике сторона, лежащая против тупого угла, больше каждой из двух других сторон.

Доказательство. Пусть в треугольнике ABC угол B тупой, тогда углы A и C острые, поэтому $\angle B > \angle A$, $\angle B > \angle C$.

Следовательно, $AC > BC$ и $AC > AB$, так как в треугольнике против большего угла ______________________

132

На рисунке угол B тупой, точка F лежит на стороне AB. Докажите, что $AC > FC$.



Доказательство.

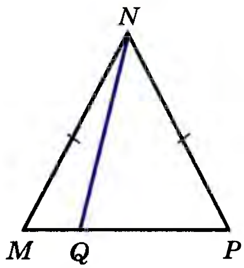
1) Угол AFC — внешний угол треугольника ________ , поэтому $\angle AFC = \angle B + \angle BFC$, т. е. $\angle AFC$ ___ $\angle B$, а так как угол B тупой по условию, то и угол AFC __________

2) В треугольнике AFC угол AFC тупой, поэтому $\angle AFC$ ___ $\angle A$ и, следовательно, AC ___ FC, так как в треугольнике против большего угла

____

133

На рисунке $MN = NP$, точка Q лежит на стороне MP. Докажите, что $NQ < MN$.



Доказательство.

1) $\angle M$ ___ $\angle P$ как углы при основании равнобедренного треугольника

____

2) Угол NQP — внешний угол треугольника ________ , поэтому $\angle NQP = \angle M + \angle MNQ$, т. е. $\angle NQP$ ___ $\angle M$, а значит, $\angle NQP$ ___ $\angle P$.

3) В треугольнике NPQ $\angle P$ ______ $\angle NQP$, поэтому NQ ___ NP.

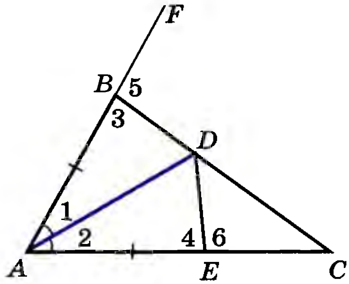
Итак, NQ ___ NP, следовательно, NQ ___ MN.

134

AD — биссектриса треугольника ABC, $\angle B > \angle C$. Докажите, что $DC > DB$.

Доказательство.

В треугольнике ABC $AC > AB$, так как ____________ . Поэтому, если на луче AC отложить отрезок AE, равный отрезку AB, то точка E будет лежать на отрезке AC (см. рисунок).



1) $\triangle ABD = \triangle AED$ по ____________

____ ,

следовательно, $DB = DE$ и $\angle 3 = \angle 4$.

2) $\angle 5 = \angle 6$, так как эти углы — смежные с равными углами 3 и 4.

3) $\angle 5 > \angle C$, так как угол 5 — внешний угол треугольника _______ , следовательно, $\angle 6 > \angle C$.

4) В треугольнике DCE $\angle 6 > \angle C$, поэтому $DC > DE$, а так как $DE = DB$, то $DC > DB$.

135

В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 15 см, а другая — 7 см. Какая из них является основанием?

Решение. Если предположить, что основание равно 15 см, то сумма двух боковых сторон будет равна _____ см, т. е. сумма двух сторон будет ______________ третьей стороны треугольника, что противоречит неравенству треугольника.

Ответ.

Основанием является сторона, равная _______

136

Найдите третью сторону равнобедренного треугольника, если две его стороны равны 10 см и 20 см.

Решение. ____

____

____

____

Ответ.

Третья сторона треугольника равна _______

137

Существует ли треугольник со сторонами:

а) 3 см, 4 см, 7 см; б) 2,1 дм, 3 дм, 0,9 дм?

Решение.

а) Если предположить, что треугольник со сторонами 3 см, 4 см, 7 см существует, то сумма двух его сторон (3 см + 4 см) будет равна третьей стороне (7 см), что противоречит неравенству треугольника. Значит, такого треугольника не существует.

б) ____

____

____

____

____

Ответ. а) ______ ; б) ______

§ 3 Прямоугольные треугольники

138

Один из острых углов прямоугольного треугольника на 24° больше другого. Найдите острые углы треугольника.

Решение. Пусть углы A и B — острые углы прямоугольного треугольника ABC, тогда $\angle A + \angle B =$ ______ .

Предположим, что угол A на 24° больше угла B. Тогда $\angle A = \angle$ ____ $+ 24°$, $\angle A + \angle B = (\angle$ ____ $+ 24°) + \angle B =$ ____ , откуда $\angle B = \frac{1}{2}($____ $- 24°) =$ ____ , а $\angle A =$ ____

Ответ. ____ , ____

139

Один из острых углов прямоугольного треугольника в 4 раза меньше другого. Найдите эти углы.

Решение. ____

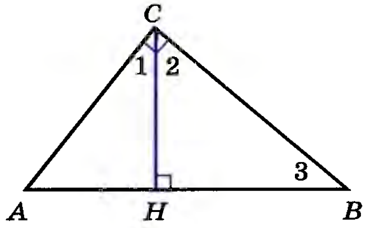
____

____

Ответ. ____ , ____

140

На рисунке треугольник ABC — прямоугольный с прямым углом C, CH — высота, $\angle A = 52°$. Найдите $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.



Решение.

1) Треугольник ACH прямоугольный с прямым углом ____, так как CH — ________________ треугольника ABC, поэтому $\angle 1 + \angle A$ = ____, откуда $\angle 1$ = ________ $- \angle A$ = ________ $- 52°$ = = ______

2) $\angle 1 + \angle 2 = 90°$, так как ____ ________________, поэтому $\angle 2 = 90° - \angle 1$ = ______

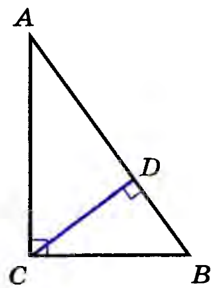
3) $\angle 2 + \angle 3 = 90°$, так как ____ ____, поэтому $\angle 3 = 90° -$ $- \angle 2$ = ______

Ответ.

$\angle 1$ = ______, $\angle 2$ = ______, $\angle 3$ = ______

141

На рисунке CD — высота прямоугольного треугольника ABC, проведенная к гипотенузе. Докажите, что $\angle A = \angle BCD$.



Доказательство.

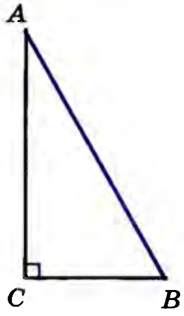
1) $\angle A + \angle B$ = ________, так как ____ ____

2) Углы BCD и B — острые углы прямоугольного треугольника ______, поэтому $\angle BCD + \angle B$ = ______

3) Из 1) и 2) следует, что $\angle A$ = = $\angle$ ______

142

В прямоугольном треугольнике ABC, изображенном на рисунке, угол A в два раза меньше угла B, а гипотенуза AB равна 18 см. Найдите катет BC.



Решение.

1) Углы A и B — острые углы прямоугольного треугольника ABC, поэтому $\angle A + \angle B =$ ______

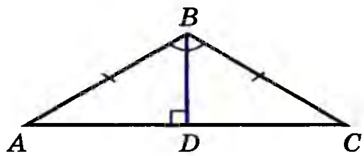
2) По условию $\angle B = 2 \cdot \angle A$, поэтому $\angle A + 2 \cdot \angle A =$ ______ , откуда $\angle A =$ ______

3) Так как в прямоугольном треугольнике ABC $\angle A =$ ______ , то катет BC, лежащий против этого угла, равен ____________ гипотенузы AB, т. е. $BC =$ ________

Ответ. $BC =$ ________

143

На рисунке в равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен $120°$, а высота, проведенная из вершины B, равна 13 см. Найдите боковую сторону треугольника ABC.



Решение.

1) В равнобедренном треугольнике ABC углы при основании ____________ , поэтому $\angle A = \angle$ ___ $= \frac{1}{2}(180° - \angle$ ___ $) =$ ______

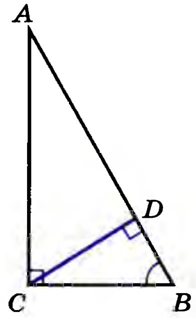
2) Так как в прямоугольном треугольнике ABD угол A равен ______ , то катет ______ равен ________________ гипотенузы AB, откуда $AB = 2 \cdot$ ______ $=$ ______ см.

Ответ. $AB =$ ______ см.

144

На рисунке CD — высота прямоугольного треугольника ABC, $\angle C = 90°$, $\angle B = 60°$, $BD = 8$ см. Найдите AD.

Решение.



1) В прямоугольном треугольнике BCD $\angle B = 60°$, поэтому $\angle BCD =$ = ______ и, следовательно, $BC =$ = $2 \cdot$ ______ = ______ см.

2) В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A =$ ______ , поэтому $AB =$ = $2 \cdot$ ______ = ______ см.

3) $AD = AB - BD$ = ______ − ____ = = ______ (см).

Ответ. $AD=$ ______ см.

145

В прямоугольном треугольнике MNP $\angle N = 90°$, $\angle P = 60°$, $MP + PN = 27$ см. Найдите MP и PN.

Решение.

1) $\angle M + \angle P =$ ______ , откуда $\angle M=$ ______ , и поэтому $MP =$ = $2 \cdot$ ______

2) По условию $MP + PN = 27$ см, следовательно, $2 \cdot$ _____ + + $PN = 27$ см, откуда $PN =$ ______ см, $MP =$ ______ см.

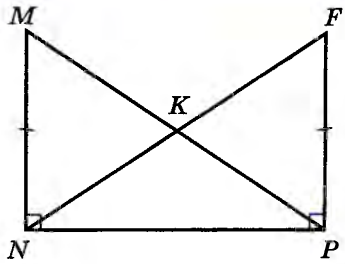
Ответ. $MP =$ ______ см, $PN =$ ______ см.

146

Гипотенузы MP и NF прямоугольных треугольников MNP и FPN пересекаются в точке K, $MN = FP$. Докажите, что:

а) треугольник NKP равнобедренный;

б) $\triangle MNK = \triangle FPK$.



Доказательство.

1) $\triangle MNP = \triangle FPN$ по двум ______________ ($MN = FP$ по условию, NP — ____________ катет), следовательно, $\angle MPN = \angle$ ______

2) В треугольнике NKP два угла равны: $\angle$ ______ $= \angle$ ______ , поэтому треугольник NKP ___________________________

3) ____

____

____

____

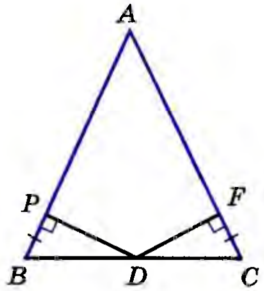
147

На рисунке $AB = AC$, $DP \perp AB$, $DF \perp AC$, $BP = CF$. Докажите, что точка D — середина стороны BC.

Доказательство.

1) Треугольник ABC равнобедренный с основанием BC, поэтому $\angle$ ____ $= \angle$ ____

2) Прямоугольные треугольники BPD и CFD ______________ по катету ($BP = CF$ по условию) и прилежащему острому углу ($\angle B = \angle$ ____). Следовательно, $BD =$ ______ и, значит, точка D — ______________ стороны BC.



148

На рисунке $MB \perp AB$, $MC \perp AC$, $MB = MC$. Докажите, что луч AM — биссектриса угла A.

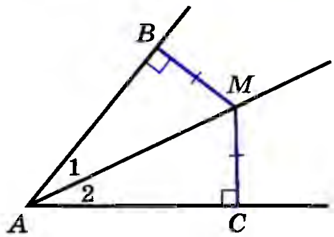
Доказательство.

$\triangle ABM = \triangle ACM$ по ______________

____

____

Из равенства этих треугольников следует, что $\angle 1 = \angle$ ____, т. е. луч AM — ________________________ угла A.



149

На рисунке точка D — середина стороны BC треугольника ABC, $DP \perp AB$, $DF \perp AC$, $DP = DF$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

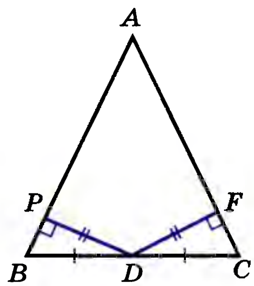
Доказательство.

$\triangle BPD = \triangle CFD$ по ____________

____

____

______________________, следовательно, $\angle B = \angle$ ____ , и поэтому треугольник ABC ______________________________

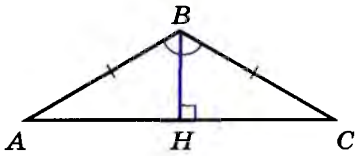


§ 4 Построение треугольника по трем элементам

150

В треугольнике ABC выполняются условия: $AB = BC = 20$ см, $\angle ABC = 120°$.

Найдите расстояние от вершины B до прямой AC.



Р е ш е н и е. Пусть $BH \perp AC$ (см. рисунок), тогда длина перпендикуляра BH — расстояние от точки B до прямой AC. В прямоугольном треугольнике BHC $\angle C = 30°$, так как ______________________________

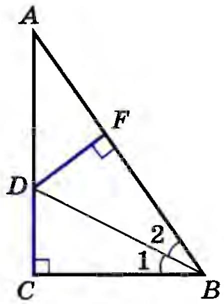
_________________. Следовательно, $BH = \frac{1}{2}\ BC =$ ________

О т в е т.

$BH =$ ________

151

На рисунке BD — биссектриса прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C. Докажите, что точка D равноудалена от прямых BC и AB.



Д о к а з а т е л ь с т в о. Проведем из точки D перпендикуляр DF к стороне AB (см. рисунок). Прямоугольные треугольники BCD и BFD равны по ________________________

_________________. Отсюда следует, что $DC =$ ______, т. е. расстояния от точки D до прямых BC и AB равны.

152

Докажите, что в равнобедренном треугольнике середина основания равноудалена от боковых сторон (сделайте чертеж).

Доказательство. ______

______

______

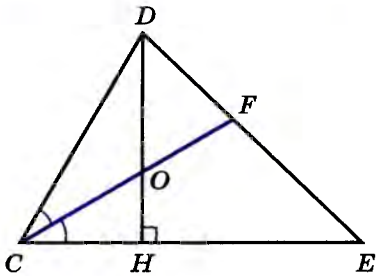
______

______

______

153

На рисунке CF — биссектриса треугольника CDE, DH — высота, $\angle C = 60°$, $CO = 12$ см. Найдите расстояния от точки O до прямых CE и CD.



Решение. ______

______

______

______

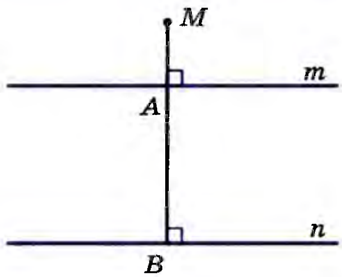
______

______

Ответ. ______

154

На рисунке $m \parallel n$. Расстояние от точки M до прямой m равно 3,8 см, а до прямой n — 12,2 см. Найдите расстояние между прямыми m и n.



Решение. ______

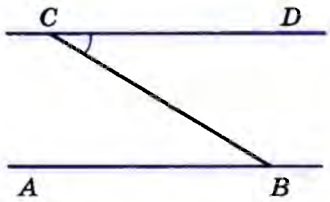
______

______

Ответ. ______

155

На рисунке $AB \parallel CD$, $CB = 24$ см, $\angle BCD = 30°$. Найдите расстояние между прямыми AB и CD.



Решение. ____________________

____

____

____

____

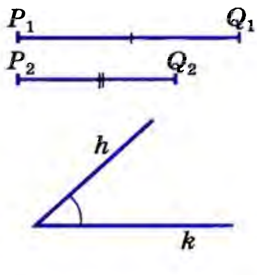
____

Ответ. __________

156

Постройте треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и биссектрисе треугольника, проведенной из вершины этого угла. (Задача 286 учебника.)

Решение. Даны отрезки P_1Q_1, P_2Q_2 и угол hk (рисунок *а*). Требуется построить треугольник ABC, у которого одна из сторон, например AC, равна данному отрезку P_1Q_1, угол A равен данному углу hk, а биссектриса AD этого треугольника равна данному отрезку P_2Q_2.



а)

Построение (рисунок *б*).

1) Построим угол XAY, равный данному углу hk.

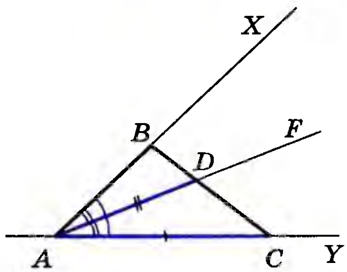
2) На луче AY отложим отрезок AC, равный данному отрезку P_1Q_1.

3) Построим биссектрису AF угла XAY.

4) На луче AF отложим отрезок AD, равный данному отрезку P_2Q_2.

5) Искомая вершина B — точка пересечения луча AX с прямой CD.

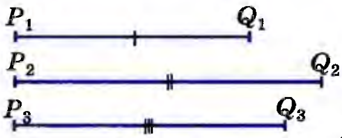
Построенный треугольник ABC удовлетворяет всем условиям задачи: $AC = P_1Q_1$, $\angle A = \angle hk$, $AD = P_2Q_2$, где AD — биссектриса треугольника ABC.



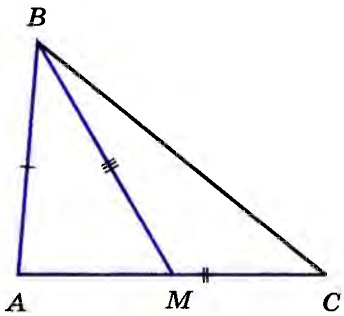
б)

Постройте треугольник по двум сторонам и медиане, проведенной к одной из этих сторон.

Р е ш е н и е . Даны отрезки P_1Q_1, P_2Q_2, P_3Q_3 (рисунок *а*). Требуется построить треугольник ABC, у которого одна из сторон, например AB, равна данному отрезку P_1Q_1, еще одна сторона, например AC, равна данному отрезку P_2Q_2, а медиана, проведенная к одной из этих сторон, например BM, равна данному отрезку P_3Q_3 (рисунок *б*).



а)

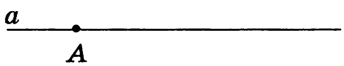


б)

Построение.

1) Проведем прямую *a* и отметим на ней точку *A* (рисунок *в*).

2) ______________________________



в)

ОГЛАВЛЕНИЕ